

**О ГЛОБАЛЬНОЙ КЛАССИЧЕСКОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ
НЕСАМОСOPЯЖЕННОЙ ОДНОМЕРНОЙ СМЕШАННОЙ
ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА. III.**

К.И.ХУДАВЕРДИЕВ, Н.Ф.АБДУЛЛАЕВА

Бакинский Государственный Университет

Работа посвящена изучению вопроса глобального существования классического решения одной одномерной несамосопряженной смешанной задачи для полулинейных гиперболических уравнений второго порядка. После применения метода, аналогичного методу Фурье, решение исходной задачи сведено к нахождению неподвижной точки некоторого нелинейного оператора в подходящем образом выбранном банаховом пространстве. Далее, после получения нескольких априорных оценок для классических решений изучаемой смешанной задачи, доказана теорема существования в целом классического решения.

В работе изучаются вопросы существования и единственности классического решения следующей одномерной смешанной задачи:

$$\begin{cases} u_{tt}(t,x) - u_{xx}(t,x) = F(t,x,u(t,x),u_t(t,x),u_x(t,x)) & (0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq 1), & (1) \\ u(0,x) = \varphi(x) & (0 \leq x \leq 1), \quad u_t(0,x) = \psi(x) & (0 \leq x \leq 1), & (2) \\ u(t,0) = 0 & (0 \leq t \leq T), \quad u_x(t,0) = u_x(t,1) & (0 \leq t \leq T), & (3) \end{cases}$$

где $0 < T < +\infty$; F, φ, ψ – заданные функции, а $u(t,x)$ – искомая функция, причём под классическим решением задачи (1)-(3) понимаем функцию $u(t,x)$, непрерывную в замкнутой области $[0,T] \times [0,1]$ вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1), и удовлетворяющую всем условиям (1)-(3) в обычном смысле.

В данной работе будем существенно пользоваться следующими двумя известными фактами:

Лемма 1 (см. [1], стр. 297). Последовательности

$$X_0(x) = x, \dots, X_{2k-1}(x) = x \cos 2\pi kx, \quad X_{2k}(x) = \sin 2\pi kx, \dots \quad (4)$$

и

$$Y_0(x) = 2, \dots, Y_{2k-1}(x) = 4 \cos 2\pi kx, \quad Y_{2k}(x) = 4(1-x) \sin 2\pi kx, \dots \quad (5)$$

образуют биортогональную в $L_2(0,1)$ систему функций.

Теорема 1 (см. [1], стр. 298-299). Последовательность (4) образует базис в пространстве $L_2(0,1)$.

Далее, так как система (4) образует базис в пространстве $L_2(0,1)$, а системы (4) и (5) образуют биортогональную в $L_2(0,1)$ систему функций, то очевидно, что каждое классическое решение $u(t,x)$ задачи (1)-(3) имеет вид:

$$u(t,x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x), \quad (6)$$

где

$$u_k(t) = \int_0^1 u(t,x) Y_k(x) dx \quad (k = 0,1,\dots). \quad (7)$$

После применения метода, аналогичного методу Фурье, нахождение функций $u_k(t)$ ($k = 0,1,\dots$) сведено к решению следующей счетной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений:

$$u_0(t) = \varphi_0 + \psi_0 \cdot t + 2 \int_0^t \int_0^1 (t-\tau) F(u(\tau,x)) dx d\tau \quad (t \in [0,T]), \quad (8)$$

$$u_{2k-1}(t) = \varphi_{2k-1} \cdot \cos 2\pi kt + \frac{1}{2\pi k} \cdot \psi_{2k-1} \cdot \sin 2\pi kt + \frac{2}{\pi k} \times \\ \times \int_0^t \int_0^1 F(u(\tau,x)) \cos 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(t-\tau) dx d\tau \quad (k = 1,2,\dots; t \in [0,T]), \quad (9)$$

$$u_{2k}(t) = \varphi_{2k} \cdot \cos 2\pi kt + \frac{1}{2\pi k} \cdot \psi_{2k} \cdot \sin 2\pi kt - t \cdot \varphi_{2k-1} \cdot \sin 2\pi kt - \\ - \frac{1}{2\pi k} \cdot \left(\frac{1}{2\pi k} \cdot \sin 2\pi kt - t \cdot \cos 2\pi kt \right) \cdot \psi_{2k-1} + \\ + \frac{2}{\pi k} \cdot \int_0^t \int_0^1 (1-x) F(u(\tau,x)) \sin 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(t-\tau) dx d\tau - \\ - \frac{4}{\pi k} \cdot \int_0^t \left[\int_0^{\tau} \int_0^1 F(u(\sigma,x)) \cos 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(\tau-\sigma) dx d\sigma \right] \times \\ \times \sin 2\pi k(t-\tau) d\tau \quad (k = 1,2,\dots; t \in [0,T]), \quad (10)$$

где

$$\varphi_k \equiv \int_0^1 \varphi(x) Y_k(x) dx, \quad \psi_k \equiv \int_0^1 \psi(x) Y_k(x) dx \quad (k = 0,1,\dots), \quad (11)$$

$$\mathbf{F}(u(t,x)) \equiv F(t,x,u(t,x),u_t(t,x),u_x(t,x)). \quad (12)$$

Исходя из определения классического решения задачи (1)-(3) легко

доказывается следующая

Лемма 2. Если $u(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x)$ – любое классическое решение задачи (1)-(3), то функции $u_k(t)$ ($k = 0, 1, \dots$) удовлетворяют системе (8)-(10).

Далее, с целью изучения вопроса существования классического решения задачи (1)-(3), при предположениях

$$F(u(t, x)), \frac{\partial}{\partial x} \{F(u(t, x))\} \in C([0, T] \times [0, 1]), \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{F(u(t, x))\} \in C([0, T]; L_2(0, 1)), \quad (13)$$

$$\{F(u(t, x))\}_{x=0} = 0, \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [F(u(t, x))] \right\}_{x=0} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [F(u(t, x))] \right\}_{x=1} \quad (0 \leq t \leq T), \quad (14)$$

преобразуем систему (8)-(10), после интегрирования по частям по x два раза в правых частях (9) и (10), к виду:

$$u_0(t) = \varphi_0 + \psi_0 \cdot t + 2 \int_0^t \int_0^1 (t - \tau) F(u(\tau, x)) dx d\tau \quad (t \in [0, T]), \quad (15)$$

$$u_{2k-1}(t) = \varphi_{2k-1} \cdot \cos 2\pi kt + \frac{1}{2\pi k} \cdot \psi_{2k-1} \cdot \sin 2\pi kt - \frac{1}{2\pi^3 k^3} \cdot \int_0^t \int_0^1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{F(u(\tau, x))\} \times \\ \times \cos 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(t - \tau) dx d\tau \quad (k = 1, 2, \dots; t \in [0, T]), \quad (16)$$

$$u_{2k}(t) = \varphi_{2k} \cdot \cos 2\pi kt + \frac{1}{2\pi k} \cdot \psi_{2k} \cdot \sin 2\pi kt - t \cdot \varphi_{2k-1} \cdot \sin 2\pi kt - \\ - \frac{1}{2\pi k} \cdot \left(\frac{1}{2\pi k} \cdot \sin 2\pi kt - t \cdot \cos 2\pi kt \right) \cdot \psi_{2k-1} - \\ - \frac{1}{2\pi^3 k^3} \cdot \int_0^t \int_0^1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{(1-x)F(u(\tau, x))\} \cdot \sin 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(t - \tau) dx d\tau + \\ + \frac{1}{\pi^3 k^3} \cdot \int_0^t \left[\int_0^{\tau} \int_0^1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{F(u(\sigma, x))\} \cdot \cos 2\pi kx \cdot \sin 2\pi k(\tau - \sigma) dx d\sigma \right] \times \\ \times \sin 2\pi k(t - \tau) d\tau \quad (k = 1, 2, \dots; t \in [0, T]). \quad (17)$$

Теперь, для полноты изложения, приведем следующие две теоремы.

Теорема 2. Пусть

1. $F(t, x, u_1, u_2, u_3) \in C([0, T] \times [0, 1] \times (-\infty, \infty)^3)$.
2. $\forall R > 0$ в $[0, T] \times [0, 1] \times [-R, R]^3$

$$|F(t, x, u_1, u_2, u_3) - F(t, x, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)| \leq C_R \cdot \sum_{i=1}^3 |u_i - \tilde{u}_i|,$$

где $C_R > 0$ – постоянная.

Тогда задача (1)-(3) не может иметь более одного классического решения.

Эта теорема анонсирована в работах [6], [7] и следует из теоремы о единственности решения почти всюду задачи (1)-(3), полностью доказанной в работе [2].

Теорема 3. Пусть

1. $\varphi(x) \in C^{(2)}([0,1])$, $\varphi'''(x) \in L_2(0,1)$ и $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = \varphi'(1)$, $\varphi''(0) = 0$;
 $\psi(x) \in C^{(1)}([0,1])$, $\psi''(x) \in L_2(0,1)$ и $\psi(0) = 0$, $\psi'(0) = \psi'(1)$.
2. $F(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$, $F_{\xi_i}(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ ($i = \overline{0,3}$),
 $F_{\xi_i \xi_j}(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ ($i, j = \overline{0,3}$) $\in C([0, T] \times [0, 1] \times (-\infty, \infty)^3)$.
3. $F(t, 0, 0, 0, \xi_3) = 0 \quad \forall t \in [0, T]$, $\xi_3 \in (-\infty, \infty)$.
4. $F_{\xi_i}(t, 0, 0, 0, \xi_3) = F_{\xi_i}(t, 1, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ ($i = \overline{0,1,2}$),
 $F_{\xi_3}(t, 1, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = 0 \quad \forall t \in [0, T]$, $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \in (-\infty, \infty)$.

Тогда существует в малом классическое решение задачи (1)-(3).

Эта теорема анонсирована в работе [6] и доказана в работе [7].

Замечание 1. Так как из условия 2 теоремы 3 следует выполнение всех условий теоремы 2, то при условиях теоремы 3 классическое решение задачи (1)-(3) не только существует в малом, но и оно единственное в целом.

А теперь докажем следующую теорему (анонсированную в работах [6] и [7]) о существовании в целом классического решения задачи (1)-(3).

Теорема 4. Пусть

1. Выполнены все условия теоремы 3.
2. В $[0, T] \times [0, 1] \times (-\infty, \infty)^3$

$$|F(t, x, u_1, u_2, u_3)| \leq C \cdot (1 + |u_1| + |u_2| + |u_3|), \quad (18)$$

где $C > 0$ - постоянная.

3. $\forall R > 0$ в $[0, T] \times [0, 1] \times [-R, R] \times (-\infty, \infty)^2$

$$|F_{\xi_0}(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)| \leq C_R \cdot (1 + \xi_2^2 + \xi_3^2), \quad (19)$$

$$|F_{\xi_1}(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)| \leq C_R \cdot (1 + |\xi_2| + |\xi_3|), \quad (20)$$

$$|F_{\xi_i}(t, \xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)| \leq C_R \quad (i = \overline{2,3}), \quad (21)$$

где $C_R > 0$ - постоянная.

Тогда задача (1)-(3) имеет единственное классическое решение.

Доказательство. По теореме 3 существует, по крайней мере в малом, классическое решение $u(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(x) X_k(x)$ задачи (1)-(3), которое, в силу замечания 1, единственное в целом, причем в силу леммы 2, функции $u_k(t)$ ($k = 0, 1, \dots$) удовлетворяют системе (8)-(10). А как видно из процесса доказательства теоремы 3, приведенного в работе [7], для доказательства существования и в целом классического решения задачи (1)-(3) достаточно показать, что всевозможные классические решения задачи (1)-(3), принадлежащие пространству $B_{2,2,T}^{3,2}$ (см. [9]), априори ограничены в $B_{2,2,T}^{3,2}$, что, как мы покажем ниже, обеспечивается условиями (2) и (3) данной теоремы.

Итак, пусть $u(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x)$ – любое классическое решение задачи (1)-(3), принадлежащее пространству $B_{2,2,T}^{3,2}$. Тогда, в силу леммы 2, функции $u_k(t)$ ($k = 0, 1, \dots$) удовлетворяют системе (8)-(10). А так как для функции $u(t, x) \in B_{2,2,T}^{3,2}$ выполнены условия (13) и (14), то функции $u_k(t)$ ($k = 0, 1, \dots$) удовлетворяют и системе (15)-(17). Тогда из системы (15)-(17) получаем, что $\forall t \in [0, T]$:

$$\begin{aligned} \|u\|_{B_{2,2,t}^{3,2}}^2 &\leq a_0 + b_0 \cdot \int_0^t \int_0^1 \{F(u(\tau, x))\}^2 dx d\tau + c_0 \cdot \int_0^t \int_0^1 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [F(u(\tau, x))] \right\}^2 dx d\tau + \\ &+ d_0 \cdot \int_0^t \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} [F(u(\tau, x))] \right\}^2 dx d\tau, \end{aligned} \quad (22)$$

где пространство $B_{2,2,T}^{3,2}$ определено в [9], оператор \mathbf{F} определен соотношением (12) и

$$\begin{aligned} a_0 &\equiv 6 \left\{ \varphi_0^2 + [1 + 2T^2 + 2(2\pi^2 + (1 + 2\pi T)^2)] \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (k^3 \cdot \varphi_{2k-1})^2 + 2(1 + 4\pi^2) \times \right. \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} (k^3 \cdot \varphi_{2k})^2 \left. \right\} + 2 \left\{ (3T^2 + 2) \cdot \psi_0^2 + 3 \left[\frac{1}{8\pi^4} (2\pi^2 + (1 + 2\pi T)^2) + 1 + 2T^2 \right] \times \right. \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} (k^2 \cdot \psi_{2k-1})^2 + 3 \left(\frac{1}{2\pi^2} + 2 \right) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (k^2 \cdot \psi_{2k})^2 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$b_0 \equiv 8T \cdot (T^2 + 2), \quad (24)$$

$$c_0 \equiv \frac{12T}{\pi^6} \cdot (1 + 4\pi^2), \quad (25)$$

$$d_0 \equiv \frac{3T}{4\pi^6} \cdot (5 + 8T^2) \cdot (1 + 4\pi^2). \quad (26)$$

Далее, как показано при доказательстве теоремы 5 из работы [2] о существовании в целом решения почти всюду задачи (1)-(3), при условиях 2 и 3 данной теоремы для всевозможных решений почти всюду $u(t, x)$ задачи (1)-(3), принадлежащих пространству $B_{2,2,T}^{2,1}$, и, тем более, для всевозможных классических решений $u(t, x)$ задачи (1)-(3), принадлежащих пространству $B_{2,2,T}^{3,2}$, справедлива априорная оценка:

$$\|u(t, x)\|_{B_{2,2,T}^{2,1}} \leq R_0. \quad (27)$$

Из априорной оценки (27), в силу оценок (160), (89) и (241) из работы [2], следует справедливость следующих априорных оценок:

$$\|u(t, x)\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_1, \quad \|u_t(t, x)\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_1, \quad \|u_x(t, x)\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_1; \quad (28)$$

$$\int_0^1 u_{tx}^2(t, x) dx \leq R_1, \quad \int_0^1 u_{xx}^2(t, x) dx \leq R_1 \quad \forall t \in [0, T], \quad (29)$$

где $Q_T \equiv (0, T) \times (0, 1)$.

В свою очередь, из априорных оценок (28) и (29) следует справедливость следующих априорных оценок:

$$\|F(u(t, x))\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_2; \quad (30)$$

$$\int_0^1 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [F(u(t, x))] \right\}^2 dx \leq R_2 \quad \forall t \in [0, T]. \quad (31)$$

Кроме того, если представить себе развернутое представление выражения $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{F(u(\tau, x))\}$ и пользоваться априорными оценками (28), (29), то легко получить, что $\forall \tau \in [0, T]$:

$$\int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} [F(u(\tau, x))] \right\}^2 dx \leq R_3 + R_4 \cdot \int_0^1 \{u_{tx}^4(\tau, x) + u_{tx}^2(\tau, x) \cdot u_{xx}^2(\tau, x) + u_{xx}^4(\tau, x) + u_{xx}^2(\tau, x) + u_{xxx}^2(\tau, x)\} dx. \quad (32)$$

Далее, в силу оценок

$$\|u_{tx}(\tau, x)\|_{C([0,1])} \leq (1 + 2\pi) \cdot \|u_\tau\|_{B_{1,\tau}^1} \leq (1 + 2\pi) \cdot \|u\|_{B_{1,\tau}^{2,1}}, \quad (33)$$

$$\|u_{xx}(\tau, x)\|_{C([0,1])} \leq 4\pi(1+\pi) \cdot \|u\|_{B_{1,\tau}^{2,1}} \leq 4\pi(1+\pi) \cdot \|u\|_{B_{1,1,\tau}^{2,1}}, \quad (34)$$

$$\|u\|_{B_{1,\tau}^{2,1}} \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}, \quad (35)$$

$\forall \tau \in [0, T]$ и $x \in [0, 1]$ имеем:

$$u_{xx}^2(\tau, x) \leq (1+2\pi)^2 \cdot \frac{\pi^2}{2} \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2, \quad (36)$$

$$u_{xx}^2(\tau, x) \leq 16\pi^2(1+\pi)^2 \cdot \frac{\pi^2}{2} \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2 = 8\pi^2(1+\pi)^2 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2. \quad (37)$$

Тогда, пользуясь оценками (36), (37) и априорными оценками (29), получаем, что $\forall \tau \in [0, T]$:

$$\begin{aligned} \int_0^1 u_{xx}^4(\tau, x) dx &= \int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) \cdot u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq \\ &\leq \frac{\pi^2}{2} (1+2\pi)^2 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2 \cdot \int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq \frac{\pi^2}{2} (1+2\pi)^2 \cdot R_1 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) \cdot u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq (1+2\pi)^2 \cdot \frac{\pi^2}{2} \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2 \cdot \int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq \frac{\pi^2}{2} (1+2\pi)^2 \cdot R_1 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2, \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 u_{xx}^4(\tau, x) dx &= \int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) \cdot u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq \\ &\leq 8\pi^4(1+\pi)^2 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2 \cdot \int_0^1 u_{xx}^2(\tau, x) dx \leq 8\pi^4(1+\pi)^2 \cdot R_1 \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2. \end{aligned} \quad (40)$$

Кроме того, $\forall \tau \in [0, T]$ имеем:

$$\int_0^1 u_{xxx}^2(\tau, x) dx \leq 8\pi^2(2+3\pi^2) \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2, \quad (41)$$

$$\int_0^1 u_{xxx}^2(\tau, x) dx \leq 48\pi^4(3+2\pi^2) \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2. \quad (42)$$

В силу оценок (38)-(42) из (32) получаем, что $\forall \tau \in [0, T]$:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} [F(u(\tau, x))] \right\}^2 dx &\leq R_3 + R_4 \cdot \{R_1 \cdot [\pi^2(1+2\pi)^2 + 8\pi^4(1+\pi)^2] + \\ &+ 8\pi^2(2+3\pi^2) + 48\pi^4(3+2\pi^2)\} \cdot \|u\|_{B_{2,\tau}^{3,2}}^2. \end{aligned} \quad (43)$$

Теперь, пользуясь априорными оценками (30), (31) и оценкой (43), из (22) получаем, что $\forall t \in [0, T]$:

$$\|u\|_{B_{2,2,T}^{3,2}}^2 \leq a_0 + b_0 \cdot R_2^2 \cdot T + c_0 \cdot R_2 \cdot T + d_0 \cdot R_3 \cdot T + d_0 \cdot R_4 \cdot \{R_1 \cdot [\pi^2(1+2\pi)^2 + 8\pi^4(1+\pi)^2] + 8\pi^2(2+3\pi^2) + 48\pi^4(3+2\pi^2)\} \cdot \int_0^t \|u\|_{B_{2,2,\tau}^{3,2}}^2 d\tau. \quad (44)$$

Из (44), применив неравенство Беллмана, получаем:

$$\|u\|_{B_{2,2,T}^{3,2}}^2 \leq \{a_0 + b_0 \cdot T \cdot R_2^2 + c_0 \cdot T \cdot R_2 + d_0 \cdot T \cdot R_3\} \cdot \exp\{R_4 \cdot R_1 \cdot [\pi^2(1+2\pi)^2 + 8\pi^4(1+\pi)^2] + 8\pi^2(2+3\pi^2) + 48\pi^4(3+2\pi^2)\} \cdot T \equiv R_5^2. \quad (45)$$

Таким образом, всевозможные классические решения $u(t, x)$ задачи (1)-(3), принадлежащие пространству $B_{2,2,T}^{3,2}$, априори ограничены в $B_{2,2,T}^{3,2}$. Теорема доказана.

Замечание 2. В заключение отметим, что данная работа является продолжением работ [2]-[8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. Дифференциальные Уравнения, 1977, т.13, №2, с.294-304.
2. Абдуллаева Н.Ф. Исследование решения почти всюду одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. I. – Азербайджанский Государственный Экономический Университет, Баку, 2003г., 79стр. (рукопись депонирована в АзНИИНТИ, г.Баку, 11.11.2003, №2775 – Аз.03).
3. Худавердиев К.И., Абдуллаева Н.Ф. Исследование решения почти всюду одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. I. – Вестник Бакинского Государственного Университета, серия физико-математических наук, 2003г., №3, с.13-20.
4. Абдуллаева Н.Ф. Исследование решения почти всюду одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. I. – Вестник Университета «Одлар Юрду», №8, 2003г., с.24-33.
5. Худавердиев К.И., Абдуллаева Н.Ф. Исследование решения почти всюду одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. – Тезисы научной конференции, посвященной 45-летию образования Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана, Баку, 4-5 мая 2004 г., с.155.
6. Худавердиев К.И., Абдуллаева Н.Ф. Исследование классического решения одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. II. – Вестник Бакинского Государственного Университета, серия физико-математических наук, 2004 г., № 2, с.13-22.
7. Абдуллаева Н.Ф. Исследование классического решения одной несамосопряжённой одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. II. – Вестник Университета «Одлар Юрду», 2004

- г., №12, с.38-53.
8. Абдуллаева Н.Ф. Исследование классического решения одной несамосопряженной одномерной смешанной задачи для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка. –Тезисы научной конференции, посвященной 70-летию члена-корреспондента НАНА, заслуженного деятеля науки, доктора физико-математических наук, профессора Арифа Алигейдар оглы Бабаева, 30.XI-01.XII.2004., Баку, с.14-15.
 9. Худавердиев К.И., Исмаилов А.И. Исследование классического решения одной несамосопряженной одномерной обратной краевой задачи для одного класса полулинейных дифференциальных уравнений третьего порядка. – Бакинский Государственный Университет, г.Баку, 1998, 110с. (рукопись депонирована в АЗНИИИТИ, Баку, 03.07.1998, №2566 – Аз. 98).
 10. Худавердиев К.И. К теории многомерных смешанных задач для нелинейных гиперболических уравнений. – Дисс... докт. физ.-мат. наук – Баку, 1973г., Азербайджанский Государственный Университет, 319с.

**İKİNCİ TƏRTİB QEYRİ-XƏTTİ HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN
BİR ÖZ-ÖZÜNƏ QOŞMA OLMAYAN BİRÖLÇÜLÜ QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN
KLASSİK HƏLLİNİN TƏDQIQI. III.**

K.I.XUDAVERDİYEV, N.F.ABDULLAYEVA

ANNOTASIYA

İş ikinci tərtib qeyri-xətti hiperbolik tənliklər üçün bir öz-özünə qoşma olmayan birölçülü qarışıq məsələnin klassik həllinin global varlığı məsələsinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Furiye metoduna analoji olan metodu tətbiq etdikdən sonra baxılan məsələnin həlli müəyyən qeyri-xətti operatorun lazımı qaydada seçilmiş banax fəzasında tərənüz nöqtəsinin tapılmasına gətirilir. Öyrənilən qarışıq məsələnin klassik həlləri üçün bir neçə apriori qiymətləndirmələr aldıqdan sonra klassik həllin global varlığı haqqında teorem isbat edilir.

**ON THE GLOBAL CLASSICAL SOLVABILITY OF ONE
NON-SELF-ADJOINT ONE-DIMENSIONAL MIXED PROBLEM
FOR NON-LINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS OF SECOND ORDER. III.**

K.I.KHUDAVERDIYEV, N.F.ABDULLAYEVA

ABSTRACT

This work is dedicated to the study of the global existence of classical solution for a one-dimensional non-self-adjoint mixed problem for non-linear hyperbolic equations of second order. Using a method similar to the usual Fourier method, the original problem is reduced to the problem of finding fixed point of some nonlinear operator in property chosen Banach space. After having obtained several apriori estimates for classical solutions of mixed problem under consideration, the author proves existence theorem in large for classical solution.